

VI Congreso Iberoamericano de Docencia Universitaria



La **opción** por la **interdisciplinariedad**.
El **estudiante** como **protagonista**.

PÓSTER

4, 5 y 6 de
noviembre
2010 LIMA - PERÚ



PONTIFICIA
**UNIVERSIDAD
CATÓLICA**
DEL PERÚ

www.pucp.edu.pe/vicidu

EXPERIENCIA EN EL AULA DOCENTE TRABAJO COLABORATIVO

Norberto Jaime CHAU-PÉREZ
Departamento de Ciencias - Sección de Matemáticas
Estudios Generales de Ciencias
Pontificia Universidad Católica del Perú

Resumen

En este trabajo se presenta un modelo para realizar trabajo colaborativo en Matemáticas utilizando el método de rompecabezas. Se presenta un modelo de un actividad creada por el autor en el curso de Matemáticas Básicas existen otras actividades del autor con otro profesor donde se desarrollan actividades con su solución y otros modelos a seguir. El objetivo este trabajo es compartir estas experiencia con los docentes de Matemáticas. Además se está haciendo un wiki para el curso en Matemáticas para compartir conocimientos y además se pueden colgar las actividades para los alumnos. Se han realizado muchas actividades tales como: Coordenadas Polares: Curvas Maravillosas, Lugares geométricos en el plano: "Curva: Bruja de Agnesi". Presentaremos una actividad.

Palabras Clave: *Trabajo colaborativo, método de rompecabezas ,matemáticas básicas, actividades colaborativas.*

1. Introducción

Los temas Geometría Analítica, Coordenadas Polares y la introducción a la Geometría Vectorial en el plano y el espacio que se trabaja en el curso de Matemática Básica son temas abstractos y difícil de comprender para los alumnos, por ello, conscientes de esta dificultad, elaboramos material de apoyo para que los alumnos puedan abordar los diferentes temas con mayor fluidez. Debido a mi experiencia realizada desde el 2002 hasta la actualidad se pretende con este trabajo desarrollar un modelo de estrategia en realizar trabajo colaborativo efectivo en el aula para un mejor aprendizaje.

2. Descripción del trabajo

Creamos problemas reales para poder, a través de la actividad colaborativa, aplicar los conceptos y propiedades de temas del curso de Matemáticas Básicas.

La aplicación de esta actividad pasó por las siguientes etapas:

1. Formación de los grupos de estudiantes en clases. Cuatro personas por grupo. La formación en cada caso fue heterogénea y mixta.
2. Coordinación previa del profesor con los asistentes de docencia sobre la forma de llevar adelante la actividad. Las dificultades que se presentan son atendidas siguiendo el modelo del facilitador rotativo de los asistentes de docencias y de los profesores, es decir, cada asistente rota de grupo en grupo, aclarando y resolviendo las consultas [3].

3. Conocimientos previos necesarios para la actividad

Para desarrollar la actividad sobre temas de Matemáticas Básicas se requiere que los estudiantes conozcan los temas que ya han sido dados en clase e investigado para profundizar el tema. También se requiere:

Uso del transportador, compás y calculadoras.

Uso de algún software matemático que permita calcular y graficar ciertas curvas.

4. Objetivos Generales

1. Ejercitar habilidades de razonamiento matemático y de comunicación oral y escrita.
2. Desarrollar la capacidad para trabajar y aprender tanto de forma individual como cooperativa.
3. Integrar el conocimiento académico con las experiencias adquiridas fuera del aula.
4. Analizar, deducir, descubrir y resolver el problema planteado en cada etapa de trabajo, en la etapa de pareja y en la etapa grupal

5. Objetivos Específicos

1. Identificar las condiciones que determinan el problema.
2. Deducir las relaciones que existen entre las variables del problema y los datos.
3. Determinar las ecuaciones que determinan dicho problema.
4. Graficar la curva descrita por dicho problema.

6. Desarrollo de la Actividad

Tiempo	Procedimiento	Materiales
15 min.	Prueba individual. Cada alumno resolverá una pregunta relativa al tema, sin apuntes. Esta prueba permite conocer quiénes vienen estudiando previamente el tema.	<ul style="list-style-type: none">• Pregunta• Regla• Compás
50 min.	Trabajo en parejas. Parte de la actividad resuelven las parejas. De los resultados y conclusiones de las parejas el grupo aprende sobre lugares geométricos.	<ul style="list-style-type: none">• Pregunta• Regla• Compás• Calculadora• Apuntes de clase
50 min.	Trabajo grupal. Será resuelto con los aportes de las parejas. Es el momento donde comparten y elaboran el informe final. Todos son solidarios e interactúan mutuamente.	<ul style="list-style-type: none">• Pregunta• Regla• Compás• Calculadora• Apuntes de clase

10 min.	Retroalimentación. Exposición de la solución.	• Power point
---------	--	---------------

Tabla 1 Desarrollo de la actividad

Recomendaciones para una posterior aplicación

- A partir de una idea, una fotografía o un fenómeno físico se pueden elaborar muchos problemas tipo ABP.
- Propiciar un ambiente de análisis que les permita validar geoméricamente estas situaciones y comprenderlas con profundidad.
- Usar con mayor frecuencia los recursos con que se cuenta, calculadoras, Laptop, sistemas de información vía Internet, Foros, Blogs y bibliotecas.
- La selección de los asistentes de docencia debe ser de entre los jefes de prácticas del curso.
- Deseable que el aula facilite el trabajo grupal de 4 alumnos cada grupo.

Resultados

En el curso de Matemáticas Básicas del primer ciclo se realizan tres actividades colaborativas por ciclo y lo he aplicado desde 2002 hasta la actualidad, de lo cual según mi experiencia, se ha logrado :

- Interactuar eficazmente con los alumnos.
- Conocer habilidades de razonamiento matemático y de comunicación oral y escrita que poseen los alumnos.
- Compartir los conocimientos adquiridos con todos los integrantes del grupo.
- Analizar el nivel académico que trae el alumno y de esta forma determinar las falencias del alumno para posteriormente en clase, incidir en dicha dificultades.
- El alumno aprende con mayor facilidad los temas del curso.
- Hay temas del curso que son complicados para que el alumno comprenda, en este caso tratamos de hacer una actividad referente a estos temas de manera que se pueda entender.

Referencias

- [1] CHAU, NORBERTO Y SÁNCHEZ, ROY. Coordenadas Polares: Curvas Maravillosas. revistas.pucp.edu.pe/enblancoynegro/. Lima: PUCP, 2010.
- [2] CHAU, NORBERTO Y SÁNCHEZ, ROY. Lugares geoméricos en el plano: "Curva: Bruja de Agnesi". revistas.pucp.edu.pe/enblancoynegro/. Lima: PUCP,
- [3] DUCH, B. GROH, S. El Poder del Aprendizaje Basado en Problemas. Lima: PUCP, 2006
- [4] PERERO, MARIANO *Historia e Historias de Matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V., 1994

ANEXO 1: MATERIAL PARA EL ALUMNO

Actividad Cooperativa “el fenómeno de la reflexión y la refracción”

INSTRUCCIONES.-

1.- La actividad consta de tres partes:

Parte I : trabajo individual.

Parte II : trabajo en parejas (calificación incluida en la tercera parte).

Parte III : trabajo en grupo de cuatro

2.- Se permite el uso de calculadoras.

PARTE I: INDIVIDUAL

Tiempo: 15 minutos

Recuerde que esta parte debe trabajarla **individualmente**. Escriba su solución (procedimiento y respuesta) en los respectivos espacios en blanco y entréguela al Asistente de Docencia cuando se le indique..

Empleando vectores, responder las siguientes preguntas:

a) Hallar la ecuación vectorial de la recta que pasa por los puntos A(3,4,0) y B(5,8,-4).

b) Calcular el ángulo que forma entre la rectas :

$$L_1 = P = (3,2,-1) + t(1,1,1), t \in R \quad (1)$$

$$L_2 = P = (2,3,1) + s(1,1,-1), s \in R \quad (2)$$

PARTE II: TRABAJO DE LA PAREJA 1

Esta parte debe trabajarla en pareja. Escriba su solución (procedimiento y respuesta) y entréguela al Asistente de Docencia cuando se le indique. Los resultados serán empleados en la parte III.

Tiempo asignado: **35 minutos**.

NOTA.- Al finalizar esta segunda parte, deben verificar sus resultados, **durante 15 minutos**, en el grupo de parejas asignado.

INFORMACIÓN ÚTIL:

EL FENÓMENO DE LA REFLEXIÓN

Considere un rayo de luz que va en el aire y que incide a cierto ángulo sobre una recta contenida en una superficie plana y lisa, como se muestra en la figura. Los rayos incidente y reflejado forman ángulos θ_1 y θ_2 , respectivamente con la recta contenida en la superficie plana. Los experimentos y la teoría muestran que el ángulo de incidencia tiene la misma medida que el ángulo reflexión, es decir $\theta_1 = \theta_2$; y muestran además que las tres rectas implicadas en el fenómeno de reflexión están en un mismo plano. Tal relación se llama Ley de la Reflexión y es uno de los tantos descubrimientos de Isaac Newton.

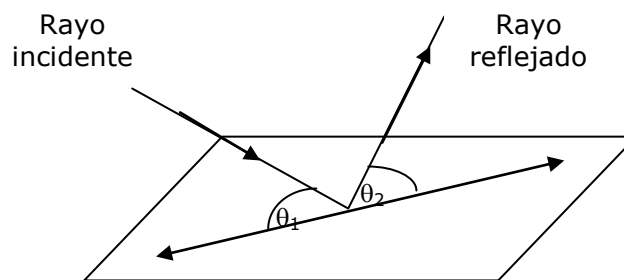


Fig. 1 Leyes de Snell: la reflexión

PUNTO SIMÉTRICO

Un punto A' es **simétrico** al punto A respecto a un plano P . Si el segmento que une A con A' es perpendicular al plano P en su punto medio.

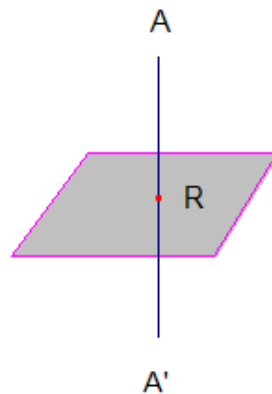


Fig. 2 A es punto simétrico a un plano P

TRABAJO DE PAREJA

Un rayo luminoso que viaja en el aire parte del punto $\mathbf{A}(1,0,1)$ pasando a través del punto $\mathbf{P}(2,1,-1)$ en línea recta, incide sobre un espejo plano que está situado en el plano P_1 cuya ecuación está dada por

$$x + y + 2z + 3 = 0 \quad (3)$$

- Hallar la ecuación vectorial de la recta L_1 que contiene el rayo de incidencia.
- Hallar las coordenadas del punto O en que incide el rayo luminoso sobre el plano P_1 .
- Hallar \mathbf{A}' , el punto simétrico de \mathbf{A} con respecto al plano P_1 .
- Hallar la ecuación vectorial del rayo reflejado.

PARTE II: TRABAJO DE LA PAREJA 2

Esta parte debe trabajarla en pareja. Escriba su solución (procedimiento y respuesta) y entréguela al Asistente de Docencia cuando se le indique. Los resultados serán empleados en la parte III.

Tiempo asignado: **35 minutos**.

NOTA.- Al finalizar esta segunda parte, deben verificar sus resultados, **durante 15 minutos**, en el grupo de parejas asignado.

INFORMACIÓN ÚTIL:

1. EL FENÓMENO DE LA REFRACCIÓN

Cuando un rayo de luz que viaja a través de un medio transparente encuentra una frontera rectilínea que conduce a otro medio transparente, dicho rayo se refracta (se “dobla” cambiando de dirección) como se muestra en la figura. Los medios de propagación se caracterizan mediante un índice de refracción. Si θ_1 y θ_2 son los ángulos que forman con la frontera rectilínea los rayos incidente y refractado, respectivamente; n_1 es el índice de refracción del medio 1 y n_2 es el índice del medio 2, entonces los experimentos muestran que el rayo incidente, la frontera y el rayo refractado se encuentran en el mismo plano, y que además $n_2 \cos \theta_2 = n_1 \cos \theta_1$ (Ley de Snell modificada).

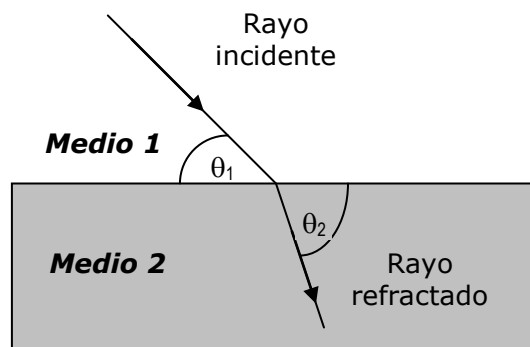


Fig. 3 Leyes de Snell: la refracción

2. **ÁNGULO ENTRE UNA RECTA Y PLANO.** Dadas la recta $L: P = P_0 + t \mathbf{u}$ y el plano $P: a x + b y + c z + d = 0$ con vector normal $\mathbf{n} = (a, b, c)$, entonces el **ángulo** entre L y P , es

$$\operatorname{sen} \alpha = \cos \theta = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{n}\|} \quad (4)$$

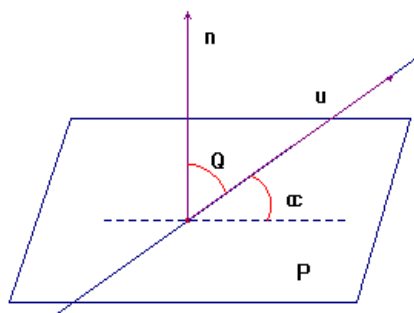


Fig. 4 Ángulo entre una recta y plano

Pareja 2

Un rayo luminoso que viaja en el aire (es decir, se propaga en línea recta) pasa por los puntos $C(12,11,5)$ y $D(13,12,9)$ e incide sobre una placa plana y lisa de vidrio óptico que está situado en el plano P_2 cuya ecuación está dada por

$$x + y - 2z + 17 = 0 \quad (2)$$

Además, se conoce que el **índice de refracción del aire** es $n_a=1.00$ y el **índice de refracción del vidrio óptico** es $n_v=1.52$.

- a) Hallar la ecuación vectorial del rayo de incidencia.
- b) Determine el punto O' que incide el rayo luminoso sobre el plano P_2 .
- c) Calcule el ángulo de incidencia del rayo.
- d) Calcule el ángulo de refracción del rayo.
- e) Hallar la ecuación vectorial del rayo refractado, si se ha detectado que dicho rayo termina en el punto $F=(37;38;12.8)$.
- f) Verificar la Ley de Snell para los datos hallados.

PARTE III

Recuerden que esta parte deben trabajarla en grupo (los cuatro alumnos). Escriban su solución (procedimiento y respuesta) y entréguelenla al Asistente de Docencia cuando se les indique. Tiempo asignado: **30 minutos**

Tomando en cuenta los resultados obtenidos en la parte II,

Juan está jugando con un puntero láser apuntando objetos a su alrededor y se da cuenta que al señalar un espejo, el haz de luz que emite el puntero se refleja enfocando otros objetos. Su amigo, quién está estudiando Matemáticas Básicas, quiere representar vectorialmente esta situación ubicando en un sistema cartesiano tridimensional: dos espejos planos, un cuadro protegido con vidrio óptico y la fuente desde donde se emite la luz (extremo del puntero). **Observar la siguiente figura** que esquematiza la situación y muestra los datos que se presentan luego.

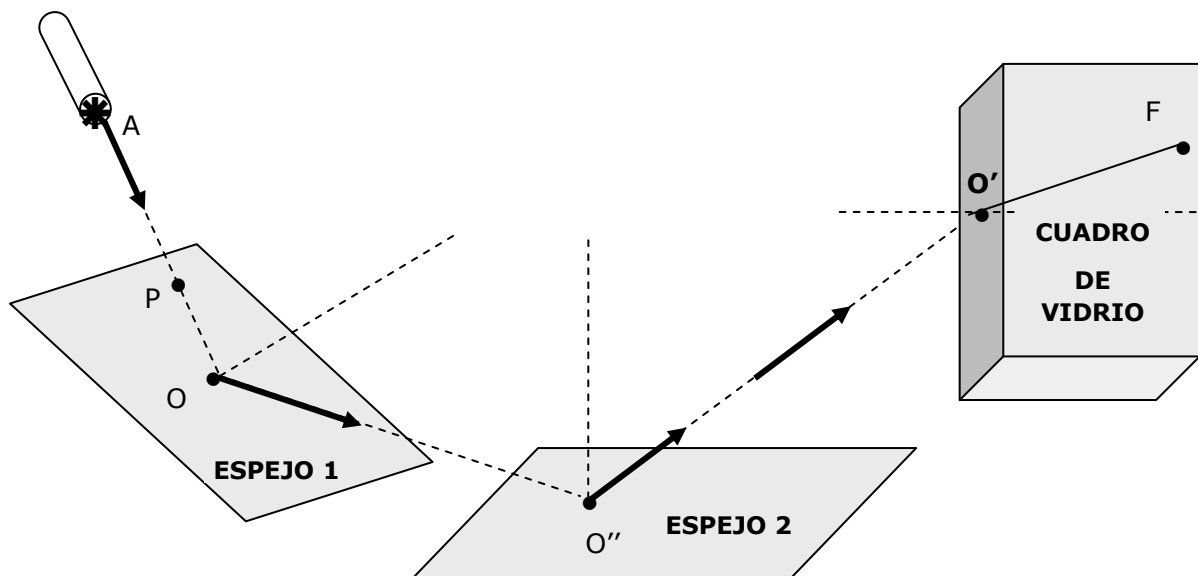


Fig. 5_ esquema_de la situación del problema

Consideren en cierto instante el extremo del puntero ubicado en el punto $A(1,0,1)$ y el haz de luz recto que pasa a través del punto $P(2,1,-1)$, incidiendo en el punto O ubicado sobre un espejo plano que está situado en el plano P_1 cuya ecuación está dada por $x + y + 2z + 3 = 0$

Además, el haz de luz reflejado sobre este espejo se interseca en un punto de incidencia O'' (sobre un espejo plano situado en el plano P) resultando un nuevo haz de luz reflejándose sobre la recta S que coincide con el rayo incidente sobre un cuadro protegido por una placa plana y lisa de vidrio óptico que está situado en el plano P_2

Supongan que se puede determinar que el rayo refractado sobre el vidrio termina en el punto $F(37,38,12.8)$.

- Hallar la ecuación vectorial del rayo de incidencia sobre el plano P_1 .
- Calcular el punto donde incide el rayo luminoso sobre el plano P_1 .
- Hallar la ecuación vectorial del rayo reflejado sobre el plano P_1 .
- La ecuación vectorial del rayo luminoso doblemente reflejado sobre el plano P .
- Hallar el punto donde incide el rayo luminoso sobre el plano P_2 .
- Calcular el ángulo de refracción del rayo.
- Hallar la ecuación vectorial del rayo refractado
- Calcular la distancia entre los punto de incidencias O y O' .
- Determine el punto O'' donde incide el rayo reflejado sobre el plano P .